Obliczanie błędów pomiarowych:
Kiedy chcemy policzyć błąd wielkości, której nie mierzymy bezpośrednio np. prędkości obliczanej jako iloraz drogi i czasu:

s = (20±1) m
t = (5,0±0,1) s

$$V = \frac{s}{t} = \frac{20m}{5{,}0s} = 4\frac{m}{s}$$

stosujemy metodę różniczki zupełnej lub metodę różniczki logarytmicznej.

Metoda różniczki zupełnej:

Błąd wielkości z określonej funkcją kilku zmiennych: $z = f(x_1, x_2, \dots)$
obliczamy korzystając ze wzoru:

$$\Delta z = \left|\frac{\partial f}{\partial x_1}\Delta x_1\right| + \left|\frac{\partial f}{\partial x_2}\Delta x_2\right| + \ \dots$$

Dla pokazanego wyżej przykładu z prędkością:

$$\Delta V = \left|\frac{\partial V}{\partial s}\Delta s\right| + \left|\frac{\partial V}{\partial t}\Delta t\right| = \left|\frac{1}{t}\Delta s\right| + \left|-\frac{s}{t^2}\Delta t\right| =$$
$$= \left|\frac{1}{5s}\cdot 1m\right| + \left|-\frac{20\ m}{(5s)^2}\cdot 0{,}1s\right| = 0{,}2\frac{m}{s} + 0{,}08\frac{m}{s} = 0{,}28\frac{m}{s}$$

Po zaokrągleniu otrzymujemy wynik: $V = (4{,}0 \pm 0{,}3)\ \frac{m}{s}$

Metoda różniczki logarytmicznej:

Jeżeli wielkość, której błąd obliczamy ma postać iloczynową: $z = c\ x_1^m x_2^n$ ...
to błąd możemy obliczyć korzystając ze wzoru:

$$\Delta z = \left(\left|m\frac{\Delta x_1}{x_1}\right| + \left|n\frac{\Delta x_2}{x_2}\right| + \cdots\right) z$$

Dla przykładu z prędkością: $V = \frac{s}{t} <=> V = s^1 t^{-1}$

$$\Delta V = \left(\left|1\frac{\Delta s}{s}\right| + \left|-1\frac{\Delta t}{t}\right|\right) V = \left(\left|1\frac{1m}{20m}\right| + \left|-1\frac{0{,}1s}{5s}\right|\right)\cdot 4\frac{m}{s} =$$
$$= (0{,}05 + 0{,}02)\cdot 4\frac{m}{s} = 0{,}28\frac{m}{s}$$

Po zaokrągleniu: $V = (4{,}0 \pm 0{,}3)\ \frac{m}{s}$

Przykłady zadań na wejściówkę:

1. Podaj wzór na błąd zmiennej *y* obliczony metodą różniczki zupełnej jeżeli dane są błędy: Δa, Δb, Δx.

$$y = \frac{a^2 + b^3}{x^4}$$

Rozwiązanie:

$$\Delta y = \left|\frac{2a}{x^4}\Delta a\right| + \left|\frac{3b^2}{x^4}\Delta b\right| + \left|-\frac{4(a^2 + b^3)}{x^5}\Delta x\right|$$

2. Podaj wzór na błąd zmiennej y obliczonej metodą różniczki logarytmicznej jeżeli dane są błędy: Δa, Δb, Δx.

$$y = \frac{a^2 b^3}{x^4}$$

Rozwiązanie:

$$\Delta y = \left(\left|2\frac{\Delta a}{a}\right| + \left|3\frac{\Delta b}{b}\right| + \left|-4\frac{\Delta x}{x}\right|\right) y$$

Inne: Podaj wzór na błąd zmiennej y jeżeli dane są błędy Δa, Δb, Δx.

$$y = 2x^2 - \frac{a^2}{b^5};\ \ y = \frac{5x^6}{a^3} + \frac{2a^2}{b^4};\ y = \frac{ab}{x};\ y = \frac{a+b}{x};\ y = \frac{2a-4b}{x^4};\ y = \frac{-a^4 b}{x^7}$$